**Metody Probabilistyczne i Statystyka – zadanie domowe nr 3**

**Szymon Hładyszewski**

Kody źródłowe zostały napisane w języku Java w oparciu o Maven, aby można było zastosować generator Mersenne Twister. Wszelkie otrzymane wyniki są zapisywane w pliku .csv, a wykresy zostały wygenerowane w Excelu.

Opis i rezultaty poszczególnych wykresów, koncentracja uzyskanych wyników i wnioski:

Na wykresach Ln(d), d = 1; Ln(d), d = 2; cmp(n); s(n); t(n), p = 0,1; t(n), p = 0,5 małe niebieskie kropki oznaczają pojedyncze wyniki dla danej ilości urn. Większe czerwone kropki symbolizują średni wynik z pięćdziesięciu powtórzeń eksperymentu. Na pozostałych wykresach kropki dotyczą jedynie średnich wartości dla każdej iteracji ilości tychże eksperymentów.

**1. Wykres Ln(n), d = 1**

**Uzyskane rezultaty:**

* Maksymalne zapełnienie urny nieznacznie wzrasta wraz z liczbą kul n.
* Średnie wartości stabilizują się w zakresie od około 6 do 10 przy rosnącym n.

**Koncentracja wyników:**

* Wyniki pojedynczych prób (niebieskie punkty) są rozproszone, szczególnie dla małych n. Wraz ze wzrostem n, rozproszenie nieznacznie maleje.
* Średnia zachowuje stabilność, co potwierdza przewidywaną koncentrację wyników.

**Hipoteza asymptotyki:**

* Wartość średnia dla Ln(d), d = 1 rośnie w tempie (Ln(1)\*ln(ln(n)))/ln(n) (wykres nr 2), gdzie wyniki można przybliżyć do stałej różnej od zera.

**2. Wykres Ln(2), d = 2**

**Uzyskane rezultaty:**

* Maksymalne zapełnienie urny na początku wzrasta szybciej niż dla d = 1 i „szybko” dąży do stałej równej 4, natomiast zmiana wartości średniej w porównaniu do wykresu nr 1 jest mniejsza i wynosi od około 3 do 4.

**Koncentracja wyników:**

* Rozproszenie pojedynczych wyników maleje wraz ze wzrostem n, a średnia linia się stabilizuje.

**Hipoteza asymptotyki:**

* Wartość średnia dla Ln(d), d = 2 rośnie w tempie (Ln(2)\* ln(2))/ln(ln(n)) (wykres nr 4), gdzie rezultaty można przybliżyć do stałej różnej od zera, gdzie dostrzec można dążenie do stałej zwłaszcza dla większych n (wyniki dążą wówczas do wartości 1,06).

**3. Wykres cmp(n) i s(n)**

**Uzyskane rezultaty:**

* Liczba porównań cmp(n) oraz zamian s(n) rośnie kwadratowo względem n oraz liniowo dla cmp(n)/n oraz s(n)/n.

**Koncentracja wyników:**

* Wyniki dla porównań i zamian są bardzo blisko średniej, co wskazuje na małe rozproszenie wyników nawet dla dużych permutacji.

**Hipoteza asymptotyki:**

* cmp(n) i s(n) asymptotycznie rosną w tempie O(n^2), co jest zgodne z analizą złożoności Insertion Sort (na wykresach nr 8 i 10 widać, że wykresy cmp(n)/(n^2) oraz s(n)/(n^2) można aproksymować do stałej różnej od zera).

**4. Wykres t(n), p=0,1 oraz t(n), p=0,5**

**Uzyskane rezultaty:**

* Liczba rund t(n) rośnie wraz z liczbą przeprowadzonych rund. Dla p = 0,1 liczba rund jest większa niż dla p = 0,5.

**Koncentracja wyników:**

* Rozproszenie wyników jest niemałe; większe dla p = 0.,1 niż dla p = 0,5, co wynika z większej losowości przy niższym prawdopodobieństwie przesyłu.

**Hipoteza asymptotyki:**

* t(n) asymptotycznie dąży do funkcji logarytmicznej zależnej od p, gdzie wyższe prawdopodobieństwo prowadzi do mniejszej liczby rund.